

Yvonne Choquet-Bruhat i la Relativitat General: La Fructificació de la Relació entre Matemàtiques i Física.

Jordi Miralda Escudé, professor ICREA, Institut de Ciències del Cosmos (UB)

Aquest 11 de febrer, coincidint amb el Dia Mundial de la Dona i la Nena a la Ciència, ens va deixar una gran científica i matemàtica: Yvonne Choquet-Bruhat. Les seves contribucions fonamentals a la teoria de la Relativitat General impulsaren decisivament els estudis de la dinàmica i les ones gravitacionals que sorgeixen de les equacions d'Einstein, i van ser crucials per interpretar la detecció d'aquestes ones per la col·laboració LIGO el 2015.



Figure 1: Yvonne Choquet-Bruhat a Berkeley, l'any 1974. Crèdit: George M. Bergman.

Els orígens

Yvonne Choquet-Bruhat va néixer a la ciutat de Lille el 23 de desembre de 1923¹. El seu pare, Georges Bruhat, professor de física a l'École Normal Supérieure de París, va fer recerca en òptica i era molt conegut pels seus llibres de text de física. La seva mare, Berthe Hubert, era professora de filosofia. Yvonne va gaudir, per tant, d'un ambient familiar molt propici a l'educació i la vocació científica, i va completar els estudis de batxillerat el 1941 a París.

La seva família va patir, com tantes d'altres, la violència de l'ocupació nazi a França. Al 1940, el director de l'École Normal Supérieure, Eugène Bloch, fou expulsat pels nazis per ser jueu, i Georges Bruhat va haver de substituir-lo. Eugène Bloch s'amagà i intentà escapar, però finalment fou capturat per la Gestapo el 1944 i assassinat a Auschwitz. Al 1944, Georges Bruhat va negar-se a col·laborar amb els nazis per delatar un estudiant relacionat amb la resistència. Va ser deportat al camp de concentració de Buchenwald i va morir al camp Oranienburg-Sachsenhausen el 1945.

La carrera científica

Choquet-Bruhat va continuar els seus estudis a l'École Normal Supérieure, on completà la seva tesi doctoral el 1951 amb el director André Lichnérowicz, amb el títol: "Théorème d'existence pour certains systèmes d'équations aux dérivées partielles non linéaires". La tesi aplanava el camí cap al seu treball fonamental en relació a la Relativitat General, que va dur a terme durant la seva estada postdoctoral a l'Institut d'Estudis Avançats de Princeton, Nova Jersey. Allà va treballar amb el matemàtic Jean Leray i va conversar amb el propi Albert Einstein sobre les qüestions matemàtiques i científiques de la seva recerca en Relativitat General. El 1953 va obtenir una plaça de lectora a Marsella. Després d'una nova estada a Princeton el 1955, va ser professora a l'Escola de Ciències de Reims el 1958. Finalment, el 1960 obtingué una plaça de professora a París, on romandria a la Universitat Pierre et Marie Curie fins a la seva jubilació el 1992.

La professora Choquet-Bruhat fou àmpliament reconeguda al llarg de la seva vida per la seva recerca, des que el 1958 va obtenir la medalla de plata del CNRS. Va ser elegida membre de l'Acadèmia de Ciències Francesa el 1979, de l'Acadèmia Americana d'Arts i Ciències, i de la Societat Matemàtica de Moscou. Fou elegida presidenta del Comitè Internacional de Relativitat General i Gravitació entre 1980 i 1983. Entre diversos llibres que va escriure mencionem *Introducció a la Relativitat General, els Forats Negres i la Cosmologia*² i *Anàlisi, Varietats i Física*³. En la seva gran obra, amb més de 300 articles científics, destaca la capacitat per establir ponts entre les matemàtiques i la física que han sigut d'una importància crítica per diversos camps de la física teòrica, tals com el càlcul numèric de les prediccions de la Relativitat sobre les ones gravitatòries, la hidrodinàmica relativista, les teories gauge no abelianes i la supergravetat.

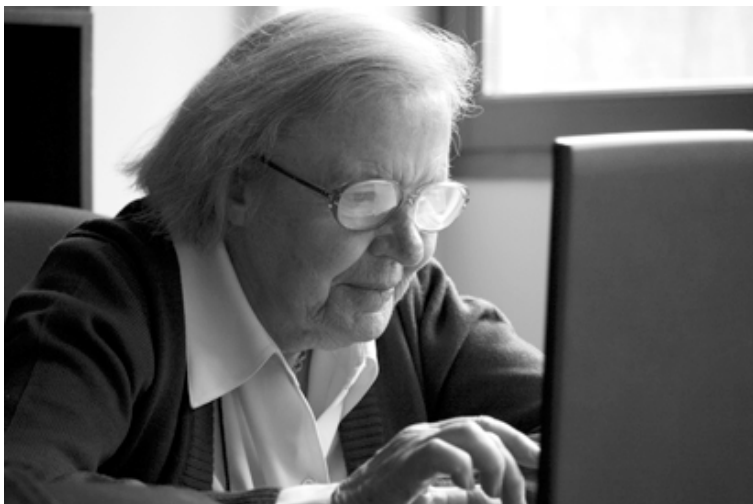


Figure 2: Yvonne Choquet-Bruhat. Crèdit: Institute des Haute Études Scientifiques, Université Paris-Saclay.

La tercera fita de la Relativitat General: solucions de les equacions dinàmiques.

L'any 2015, la prestigiosa revista *Classical and Quantum Gravity* va celebrar el centenari de la Teoria de la Relativitat General amb una publicació especial⁴ que enumerava una sèrie de 13 fites fonamentals, tant teòriques com observacionals, que van marcar el desenvolupament de la teoria i les seves aplicacions. La primera de les 13 fites és la mesura de la deflexió de la llum

durant l'eclipsi total de Sol de 1919. La segona és el descobriment de l'expansió de l'Univers. La tercera és la demostració de Choquet-Bruhat que les equacions d'Einstein, que són un conjunt d'equacions diferencials en derivades parcials, poden resoldre's, com es diu en matemàtiques, com un problema de valors inicials ben comportat.

No enumeraré aquí la resta de les 13 fites seleccionades, però sí l'última, per la qual els resultats d'Yvonne Choquet-Bruhat van ser particularment importants: la resolució numèrica de les equacions d'Einstein per a predir el front d'ones gravitacionals que s'hauria de detectar quan dos forats negres es fusionen. Aquesta predicció numèrica es va fer a partir del 2005 i va ser clau per a la correcta interpretació de la primera detecció directa d'ones gravitacionals per part de l'experiment LIGO (Laser Interferometry Gravitational-wave Observatory), assolida el 14 de setembre del 2015 i anunciada el febrer de 2016⁵.

No és fàcil explicar de forma divulgativa la contribució de la professora Choquet-Bruhat a la comprensió i desenvolupament de la Relativitat General, perquè el seu treball pertany a les matemàtiques altament abstractes sobre les solucions d'equacions diferencials en derivades parcials, tals com les equacions d'Einstein. Aquestes equacions descriuen l'evolució de la curvatura de l'espai-temps, la responsable del moviment en caiguda lliure de qualsevol objecte en un camp gravitatori. Tot i que les equacions van ser descobertes per Einstein el 1915 i aplicades a diversos fenòmens pocs anys després, la seva complexitat només permetia derivar solucions de camps estàtics, i les ones gravitatòries s'entien només en una aproximació lineal que pronosticava la seva existència i propagació. No hi havia cap prova que les equacions poguessin resoldre's per determinar l'evolució del camp gravitatori a partir d'unes condicions inicials, ni que donessin un únic resultat físicament raonable.

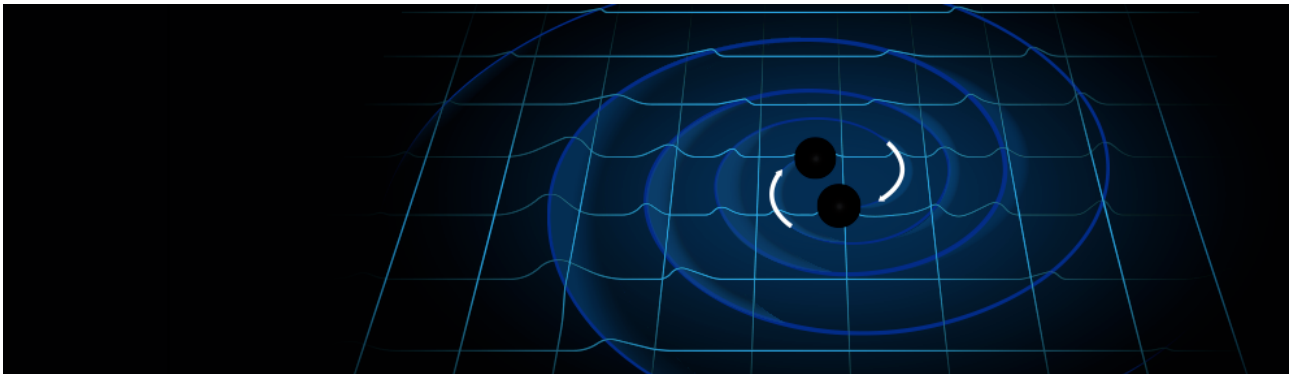


Figure 3: Representació artística d'ones gravitacionals emeses per dos objectes orbitant un al voltant de l'altre. L'ona queda representada per unes condicions inicials en l'espai a un temps determinat, i evoluciona amb el temps d'acord amb les equacions d'Einstein que regulen la curvatura de l'espai-temps, seguint una solució única, tal com va demostrar Yvonne Choquet-Bruhat.

La tercera fita assolida en el desenvolupament de la Relativitat General consisteix justament en demostrar que les equacions d'Einstein poden resoldre's a partir de condicions inicials a un cert temps (més en detall, condicions inicials especificades en una hipersuperfície tridimensional espacial dins de l'espai-temps quadridimensional), i que ens donen una solució única per a l'evolució de la curvatura de l'espai-temps, o altrament dit, del camp gravitatori. De forma més

precisa, Yvonne Choquet-Bruhat va demostrar, pel cas de les equacions en el buit (sense cap tipus de matèria o energia) i només de forma local (prop de la hipersuperfície de les condicions inicials), que les equacions d'Einstein tenen efectivament, una solució única i ben comportada. Cosa que en matemàtiques, significa que en qualsevol punt d'una regió local de l'espai-temps, aquesta única solució varia de forma contínua amb les condicions inicials.

Una descripció detallada de com es va arribar a aquest resultat la trobem en l'article de Hans Ringström⁶, que explica la ruta seguida per arribar a la tercera fita elegida per la revista *Classical and Quantum Gravity*. Ringström detalla la importància que la demostració de Choquet-Bruhat s'estén a condicions inicials no analítiques, en el sentit que no es poden descriure a partir d'una sèrie de Taylor coneixent les derivades de la mètrica de l'espai-temps en un punt determinat de l'espai. La Relativitat General ha de descriure les ones gravitacionals, que no poden desplaçar-se mai a una velocitat superior a la de la llum, i per tant, les condicions inicials s'han de poder canviar en una petita regió sense afectar la solució en regions prou allunyades per estar fora de l'abast de qualsevol senyal lumínic.

No m'allargaré més en descriure els resultats de Choquet-Bruhat, perquè el tema és prou complex i jo no en sóc expert. Però sí que mencionaré que els seus resultats sobre la unicitat de la solució de les equacions d'Einstein van iniciar els estudis de dinàmica en Relativitat General, i van establir una base per teoremes més globals sobre l'evolució de l'espai-temps per part de científics com Roger Penrose. Finalment, el seu treball va ser cabdal per arribar a les tècniques numèriques modernes de resolució de les equacions d'Einstein que ens han permès calcular el front d'ones gravitacionals emeses quan dos forats negres orbiten tot perdent energia per emissió d'aquestes ones, i acaben fusionant-se en un sol forat negre. Sense aquestes prediccions, no és possible demostrar que les ones detectades per LIGO provenen d'una fusió de forats negres, ni deduir les seves propietats.

Reflexions finals

Yvonne Choquet-Bruhat va morir el dia 11 de febrer de 2025, als 101 anys d'edat. Probablement era l'última persona que quedava viva que havia conversat amb Albert Einstein, mort fa ja 70 anys, sobre una qüestió científica. També aquest dia feia just 9 anys de l'anunci de LIGO de la primera detecció d'ones gravitacionals, un fet emocionant per a la ciència i especialment per a algú com la professora Choquet-Bruhat. La seva defunció ens planteja una paradoxa: mentre diverses institucions catalanes celebraven el Dia Mundial de la Dona i la Nena en la Ciència, en els dies posteriors els mitjans de comunicació del nostre país es van fer molt poc ressò de la mort d'una tan brillant científica. Només El Punt Avui en va publicar un petit article⁷ en català; en els mitjans espanyols, trobem un article més complet a El País⁸ per part del matemàtic Alberto Enciso, i a l'edició espanyola de The Conversation⁹, on la física Ruth Lazcoz ens ofereix una bona explicació divulgativa del seu treball. Es veu que la poca atenció i visibilitat que s'ha donat a les contribucions de les dones científiques, especialment en els camps en què estan menys representades tal com la física matemàtica més abstracta i els fonaments de la Relativitat General, continua vigent encara l'any 2025.

De fet, s'ha comentat sovint que els avenços en Relativitat General van sofrir un estancament durant la dècada de 1950, perquè l'interès de la majoria de físics se centrava en la física nuclear i de partícules i no en la gravetat. Potser aquesta visió es relaciona amb el fet que l'avenç més important en gravetat en aquesta dècada va ser liderat no per un home científic, sinó per una

dona científica; ja seria hora de canviar-la.

Per acabar aquest article, m'he permès traduir al català un text escrit per Yvonne Choquet-Bruhat l'any 2008, publicat com a contribució al projecte "The Unravelers: Mathematical Snapshots"¹⁰. El text em va deixar profundament impressionat, i espero que resulti també inspirador per als lectors d'aquest article.

* * * *

CONÈIXER, ENTENDRE, DESCOBRIR.

Un gran misteri que se'ns presenta a cadascú de nosaltres és que som conscients de dues entitats diferents: el nostre pensament i el món extern. "Penso, per tant existeixo", va dir Descartes. Tanmateix, tots nosaltres (o gairebé tots nosaltres) admitem que "allò altre" també existeix. Una realitat que cadascú aspira, d'una forma o altra, a conèixer per tal de controlar-la, o bé simplement entendre-la. Però què vol dir, "entendre"? Aquesta paraula té molts significats. Per la ment científica significa en primer lloc classificar els fenòmens i assenyalar les relacions entre ells. Aquesta classificació i relacions existeixen. Això és un fet observable que distingeix la realitat externa d'allò que nosaltres mateixos construïm de vegades en els nostres somnis. El segon nivell és agrupar aquestes relacions en una llei més general de la qual en són la conseqüència, i finalment, encloure aquesta llei en un model construït pel nostre pensament. Potser entendre és sempre trobar l'ajust entre el nostre pensament i una part de la realitat del món extern.

En la construcció de models dels científics, les matemàtiques són una eina fonamental. Sempre han sigut útils, i ara són indispensables per a la formulació dels fets observats. La realitat s'ha revelat com a molt més rica i estranya de com els nostres sentits poden percebre-la. És difícil per a un físic descriure exactament els fenòmens quàntics fent servir paraules de cada dia, però les seves característiques són representades per models matemàtics cada cop més elaborats... Pel matemàtic, aquests models esdevenen la realitat en sí mateixa. És meravellós comprovar com les matemàtiques, una eina de pensar i de crear conceptes, estan tan ben adequades a la realitat. Espero que noves eines i fets observables que no podem preveure reservin més sorpreses per a les futures generacions. L'extraordinària complexitat dels sistemes biològics també demana ara modelització matemàtica. A la vegada, això inicia la creació de noves branques i intents de construir un model del propi pensament. Malgrat tot, n'hi haurà prou amb això per explicar el "Jo sóc" de l'aforisme de Descartes?

Havent expressat aquest dubte sobre la capacitat de les matemàtiques de trobar una solució final per a tot, en faré ara les lloances. Les matemàtiques són un llenguatge universal en què les veritats són absolutes i inqüestionables malgrat que la seva verificació sigui sovint àrdua. En qualsevol altre llenguatge, transmetre un pensament relativament subtil amb completesa es fa difícil, àdhuc en la pròpia llengua materna, i encara més si ho traduïm a una altra llengua. Les matemàtiques són una eina preciosa de construir models de la realitat experimental, però són també una realitat meravellosa en sí mateixa que totes les intel·ligències del planeta Terra (i potser d'altres planetes) poden consultar si els interessa. Molts físics, mentre cercaven models de fenòmens de la física, han descobert nous conceptes matemàtics que els han fascinat. Els sers matemàtics que es creen així tenen les seves pròpies vides i n'han engendrat d'altres. S'ha escrit molt sobre la fertilització mútua de les matemàtiques i la física, i no m'hi estendré més.

Deixeu-me anar a consideracions més personals. Per a mi, treballar en matemàtiques és una via d'escapatòria cap a un món ideal on el viatge té només les limitacions d'un mateix. És com un país ple de veritats per aprendre o per descobrir; m'apassiona aprendre, però és fantàstic trobar una nova veritat, inclús una de molt petita. Un resultat matemàtic que té a veure amb un model de la física té una aroma molt especial, perquè presagia alguna propietat desconeguda de la realitat inexhaurible en què som immersos. Com de complaent és per a l'investigador, encara que el descobriment sigui molt menor! M'estimo la feina del matemàtic, una barreja de visió raonada i de treball de càlcul talentós. No es poden fer càlculs sense un guiatge basat en la seva pròpia estructura i propòsit, ni per part de la ment humana ni amb ordinadors. Alguns resultats, a cops sorprenents, s'obtenen a través de llargs càlculs que no sempre podem esquivar en demostracions posteriors.

Acabo dient que l'univers matemàtic existeix a través de la comunitat de matemàtics que el creen – o que el descobreixen, si el lector prefereix aquesta filosofia. Per a un matemàtic, pertànyer a aquesta comunitat de ciutadans d'un mateix país ideal és una joia. Especialistes d'una mateixa disciplina, sigui quina sigui la seva nacionalitat, comparteixen unes veritats i curiositat per problemes irresolts. El seu coneixement i interès comuns els uneixen més que no pas les rivalitats de prioritat els poden dividir. Intercanvis de punts de vista són estimulants i enriquidors. El treball en col·laboració és particularment enriquidor. Afinitats matemàtiques de vegades esdevenen amistats reals, la xispa de la vida.

REFERÈNCIES

1. Diversos detalls de la seva biografia es poden trobar a la viquipèdia en català i en anglès), i en l'article: Ioana Fechet 2016, *Comptes Rendus Chimie* 19, 1382, accessible en línia.
2. Choquet-Bruhat, Y. 2014. *Introduction to General Relativity, Black Holes and Cosmology* (Oxford Univ. Press).
3. Choquet-Bruhat, Y., & DeWitt-Morette, C. 1982. *Analysis, Manifolds and Physics* (Elsevier).
4. Classical and Quantum Gravity 2015. *Focus issue: Milestones of General Relativity*. accessible en línia.
5. Castelvechi, D., Witze, A. 2016. *Einstein's gravitational waves found at last*, Nature, 19361. accessible en línia.
6. Ringström, H. 2015. *Class. Quantum Grav.* **32**, 124003.
7. El Punt Avui, 12-2-2025, Mor Yvonne Choquet-Bruhat.
8. El País, 21-2-2025, Adiós a Yvonne Choquet-Bruhat.
9. The Conversation, Muere Yvonne Choquet-Bruhat.
10. Dars, J.-F., Lesne, A., & Papillaut, A. 2008. *The Unravellers: Mathematical Snapshots* (A K Peters/CRC Press).