

# Introducció a la teoria especial de la relativitat

## Cinemàtica

Josep Llosa

Dept FQA, UB

agost de 2023

- 1 Principi de relativitat de Galileu
- 2 La llum
- 3 Els precursors
- 4 Sobre l'electrodinàmica dels cossos en moviment
  - El temps
  - Dilatació temporal
  - La llei de suma de velocitats

# Principi de relativitat de Galileu

Esmenta un seguit de fenòmens observats sota la coberta d'una nau: el vol dels insectes, el goteig d'un vas sobre un gibrell col·locat a sota, etc.

## Diàleg sobre els dos sistemes màxims (2a jornada)

SALVIATI: ... *Observeu atentament totes aquestes coses de manera que no hi hagi dubte que ha de ser així mentre el vaixell està quiet i feu moure la nau amb la velocitat que volgueu; si el moviment és uniforme i no fluctua, d'una banda a l'altra, vos no reconeixereu el més petit canvi en tots els efectes esmentats i per cap d'ells no podreu escatir si la nau es mou o està quieta ...*

GALILEI, Galileo, *Diálogo sobre los dos máximos sistemas del mundo ptolemaico y copernicano*, Círculo de Lectores (Barcelona, 1997).

# Principi de relativitat de Galileu

Esmenta un seguit de fenòmens observats sota la coberta d'una nau: el vol dels insectes, el goteig d'un vas sobre un gibrell col·locat a sota, etc.

## Diàleg sobre els dos sistemes màxims (2a jornada)

SALVIATI: ... *Observeu atentament totes aquestes coses de manera que no hi hagi dubte que ha de ser així mentre el vaixell està quiet i feu moure la nau amb la velocitat que volgueu; si el moviment és uniforme i no fluctua, d'una banda a l'altra, vos no reconeixereu el més petit canvi en tots els efectes esmentats i per cap d'ells no podreu escatir si la nau es mou o està quieta ...*

GALILEI, Galileo, *Diálogo sobre los dos máximos sistemas del mundo ptolemaico y copernicano*, Círculo de Lectores (Barcelona, 1997).

Per mitjà d'experiments de mecànica no podem posar de manifest l'estat de repòs o de moviment uniforme del laboratori.

# Principi de relativitat de Galileu



*Principia Mathematica Philosophiae Naturalis* (Escoli general)

## L'espai

L'espai absolut, per la seva naturalesa i sense relació amb cap cosa externa, roman igual i immòbil; el relatiu, és qualsevol quantitat o dimensió variable d'aquest espai, ...

## *Principia Mathematica Philosophiae Naturalis* (Escoli general)

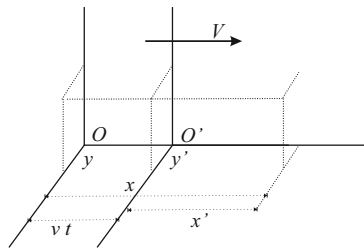
### L'espai

L'espai absolut, per la seva naturalesa i sense relació amb cap cosa externa, roman igual i immòbil; el relatiu, és qualsevol quantitat o dimensió variable d'aquest espai, ...

### El temps

El *temps absolut*, vertader i matemàtic en si i per la seva naturalesa i sense cap relació amb res extern, flueix uniformement, i també s'anomena duració; el *relatiu*, aparent i vulgar és una mesura sensible i externa de qualsevol duració, per mitjà del moviment (ja sigui la mesura igual o desigual) i que la gent usa en comptes del *temps vertader*, com ara l'hora, el dia, el mes ...

# La transformació de Galileu



$$x' = x - Vt$$

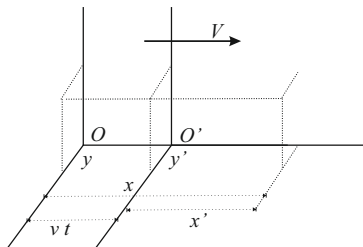
$$y' = y$$

$$z' = z,$$

$$t' = t$$



# La transformació de Galileu



$$x' = x - Vt$$

$$y' = y$$

$$z' = z,$$

$$t' = t$$

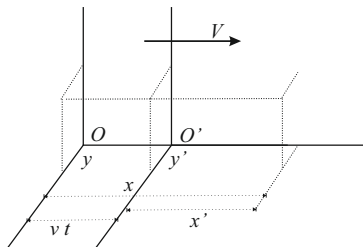
## Llei de suma de velocitats

$$v' = v - V$$

o

$$v = v' + V$$

# La transformació de Galileu



$$x' = x - Vt$$

$$y' = y$$

$$z' = z,$$

$$t' = t$$

## Llei de suma de velocitats

$$v' = v - V$$

o

$$v = v' + V$$

Les lleis de la mecànica són invariants per transformacions de Galileu

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

$$m' = m,$$

$$\mathbf{a}' = \mathbf{a},$$

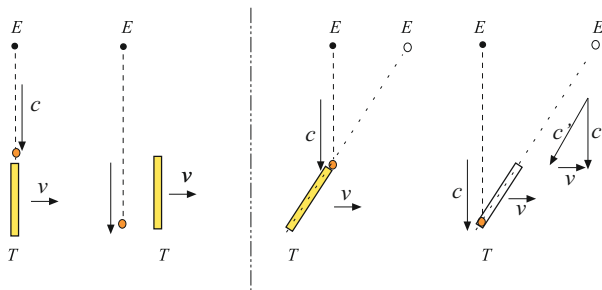
$$\mathbf{F}' = \mathbf{F}$$

## Mesures de la velocitat de la llum

- Galileu (s. XVII), O. Rømer (1670)

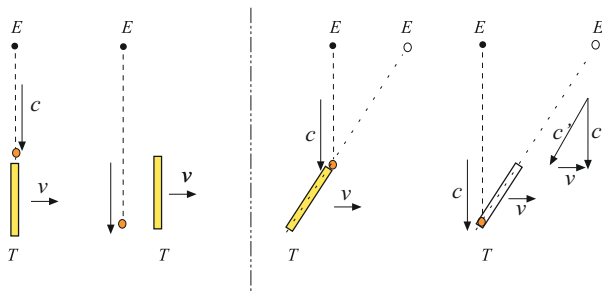
## Mesures de la velocitat de la llum

- Galileu (s. XVII), O. Rømer (1670)
- J. Bradley (1729): 183 300 milles per segon (294 992 km/s).  
Teoria corpuscular i llei de suma.



## Mesures de la velocitat de la llum

- Galileu (s. XVII), O. Rømer (1670)
- J. Bradley (1729): 183 300 milles per segon (294 992 km/s).  
Teoria corpuscular i llei de suma.



- A. Fizeau (1849): 315 000 km/s (velocitat mitjana d'anada i tornada)

# Ones. L'electromagnetisme i la llum

- (1800) Interferències. La llum és una ona. Èter luminífer.

# Ones. L'electromagnetisme i la llum

- (1800) Interferències. La llum és una ona. Èter luminífer.
- La teoria de l'electricitat tracta de les forces entre *càrregues* elèctriques i el magnetisme de les forces entre *corrents* en circuits.

Corrent = càrrega que passa per unitat de temps

# Ones. L'electromagnetisme i la llum

- (1800) Interferències. La llum és una ona. Èter luminífer.
- La teoria de l'electricitat tracta de les forces entre *càrregues* elèctriques i el magnetisme de les forces entre *corrents* en circuits.

Corrent = càrrega que passa per unitat de temps

- Unitats definides independentment. La relació (Weber i Kolrausch, 1856) té dimensions de velocitat (310 740 km/s).



# Ones. L'electromagnetisme i la llum

- (1800) Interferències. La llum és una ona. Èter luminífer.
- La teoria de l'electricitat tracta de les forces entre *càrregues* elèctriques i el magnetisme de les forces entre *corrents* en circuits.

Corrent = càrrega que passa per unitat de temps

- Unitats definides independentment. La relació (Weber i Kolrausch, 1856) té dimensions de velocitat (310 740 km/s).
- La teoria de Maxwell unifica l'electricitat i el magnetisme. Preveu l'existència de solucions ondulatòries que es propaguen a aquesta velocitat.

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0$$

# Ones. L'electromagnetisme i la llum

- (1800) Interferències. La llum és una ona. Èter luminífer.
- La teoria de l'electricitat tracta de les forces entre *càrregues* elèctriques i el magnetisme de les forces entre *corrents* en circuits.

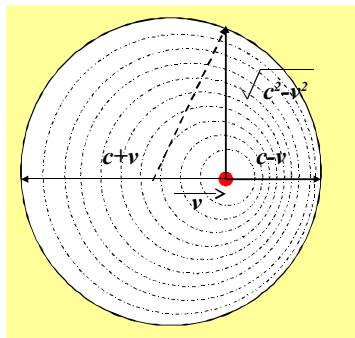
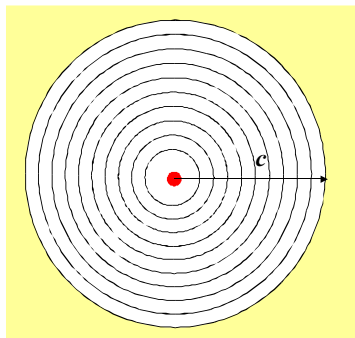
Corrent = càrrega que passa per unitat de temps

- Unitats definides independentment. La relació (Weber i Kolrausch, 1856) té dimensions de velocitat (310 740 km/s).
- La teoria de Maxwell unifica l'electricitat i el magnetisme. Preveu l'existència de solucions ondulatòries que es propaguen a aquesta velocitat.

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0$$

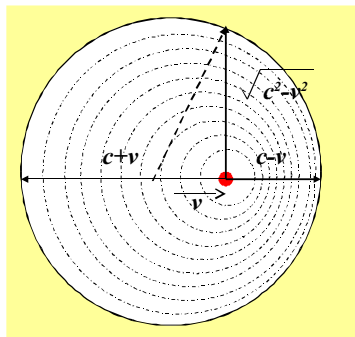
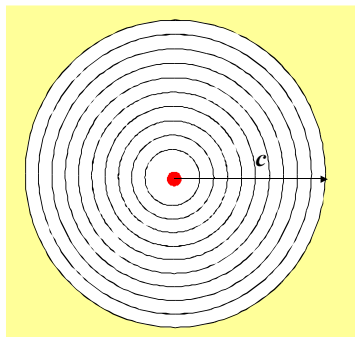
- La teoria de Maxwell no és invariant per transformacions de Galileu

# Medi transmissor en moviment



Una ona es propaga amb la mateixa velocitat en totes les direccions en el sistema que veu el medi en repòs.

# Medi transmissor en moviment

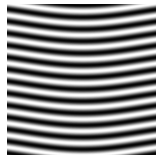


Una ona es propaga amb la mateixa velocitat en totes les direccions en el sistema que veu el medi en repòs.

Si el medi està en moviment, la velocitat de propagació depèn de la direcció.

[▶ Ves a Electrodinàmica](#)

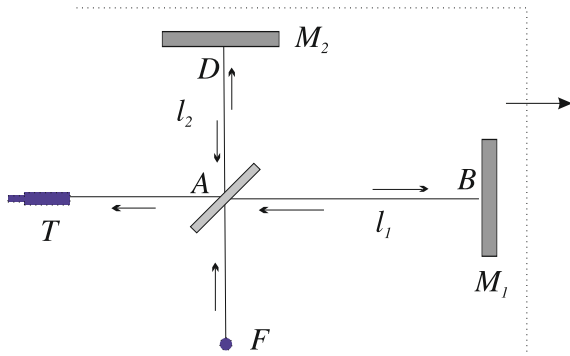
# L'interferòmetre de Michelson



Mesura molt precisa de diferències de longitud (*camí òptic*). Patró d'interferència.

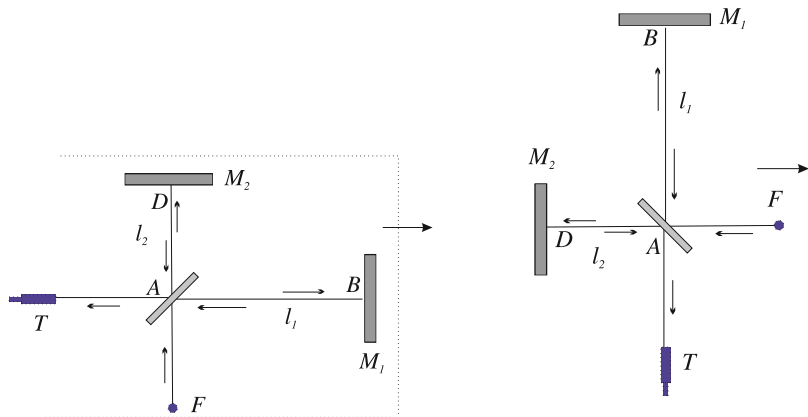
# L'experiment de Michelson (1881)

Mesurar la velocitat de l'interferòmetre en l'èter



# L'experiment de Michelson (1881)

Mesurar la velocitat de l'interferòmetre en l'èter



- Pretenia compaginar mecànica i electrodinàmica de Maxwell,



# A H Lorentz

- Pretenia compaginar mecànica i electrodinàmica de Maxwell,
- havia d'explicar: l'aberració estel·lar, l'arrossegament parcial de l'èter i els experiments de Michelson i de Trouton-Noble.

# A H Lorentz

- Pretenia compaginar mecànica i electrodinàmica de Maxwell,
- havia d'explicar: l'aberració estel·lar, l'arrossegament parcial de l'èter i els experiments de Michelson i de Trouton-Noble.
- Introdueix correccions a la transformació de Galileu, per aproximacions successives en el paràmetre  $v/c \ll 1$ .

- Pretenia compaginar mecànica i electrodinàmica de Maxwell,
- havia d'explicar: l'aberració estel·lar, l'arrossegament parcial de l'èter i els experiments de Michelson i de Trouton-Noble.
- Introdueix correccions a la transformació de Galileu, per aproximacions successives en el paràmetre  $v/c \ll 1$ .

## Transformació de Lorentz (1904)

$$\tau = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad \xi = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad \eta = y, \quad \zeta = z$$

$x, y, z, t$  són les coordenades fixes en l'èter (*vertaderes*), mentre que  $\xi, \eta, \zeta$  no tenen cap significat i  $\tau$  l'anomena *temps local*.

# H Poincaré

“No tenim cap intuïció directa de la simultaneïtat, ni tampoc de la igualtat de dues duracions.” (La mesure du temps, 1898)

# H Poincaré

“No tenim cap intuïció directa de la simultaneïtat, ni tampoc de la igualtat de dues duracions.” (La mesure du temps, 1898)

(després de l'ajustament òptic dels rellotges) “Els rellotges ajustats així no marcaran doncs el temps vertader, sinó que marcaran el que podríem anomenar temps local.” (Saint-Louis, 1904)

# H Poincaré

“No tenim cap intuïció directa de la simultaneïtat, ni tampoc de la igualtat de dues duracions.” (La mesure du temps, 1898)

(després de l'ajustament òptic dels rellotges) “Els rellotges ajustats així no marcaran doncs el temps vertader, sinó que marcaran el que podríem anomenar temps local.” (Saint-Louis, 1904)

“Però ¿existeix realment l'èter? ... ” (La Science et l'hypothèse, 1902)

# H Poincaré

“No tenim cap intuïció directa de la simultaneïtat, ni tampoc de la igualtat de dues duracions.” (La mesure du temps, 1898)

(després de l'ajustament òptic dels rellotges) “Els rellotges ajustats així no marcaran doncs el temps vertader, sinó que marcaran el que podríem anomenar temps local.” (Saint-Louis, 1904)

“Però ¿existeix realment l'èter? ... ” (La Science et l'hypothèse, 1902)

“... , totes les temptatives de mesurar la velocitat de la Terra respecte a l'èter han acabat en resultats negatius. La física experimental ha estat més fidel als principis que la Física matemàtica, ... .” (Saint-Louis, 1904)

Sembla com si el principi de relativitat acabès per prevaldre a conseqüència d'una multitud de petits efectes que es compensen.

# Sobre l'electrodinàmica dels cossos en moviment

“Sabem que l'electrodinàmica de Maxwell [...] condueix a assimetries que no semblen inherents als fenòmens ...”

▶ [Ves a Assimetries](#)



# Sobre l'electrodinàmica dels cossos en moviment

“Sabem que l'electrodinàmica de Maxwell [...] condueix a assimetries que no semblen inherents als fenòmens ...”

▶ [Ves a Assimetries](#)

“... , així com els intents fallits de constatar cap moviment de la Terra respecte el medi lumínic, fan conjecturar que cap propietat dels fenòmens no correspon al concepte de repòs absolut, tant en la mecànica com en l'electrodinàmica, sinó que, més aviat, ...”

# Sobre l'electrodinàmica dels cossos en moviment

“Sabem que l'electrodinàmica de Maxwell [...] condueix a assimetries que no semblen inherents als fenòmens ...”

▶ [Ves a Assimetries](#)

“... , així com els intents fallits de constatar cap moviment de la Terra respecte el medi lumínic, fan conjecturar que cap propietat dels fenòmens no correspon al concepte de repòs absolut, tant en la mecànica com en l'electrodinàmica, sinó que, més aviat, ...”

## Principi de relativitat

“... en tots els sistemes de coordenades en què són vàlides les equacions mecàniques, [ho són] també les equacions electrodinàmiques i òptiques, ...”

# Sobre l'electrodinàmica dels cossos en moviment

“Sabem que l'electrodinàmica de Maxwell [...] condueix a assimetries que no semblen inherents als fenòmens ...”

[▶ Ves a Assimetries](#)

“... , així com els intents fallits de constatar cap moviment de la Terra respecte el medi lumínic, fan conjecturar que cap propietat dels fenòmens no correspon al concepte de repòs absolut, tant en la mecànica com en l'electrodinàmica, sinó que, més aviat, ...”

## Principi de relativitat

“... en tots els sistemes de coordenades en què són vàlides les equacions mecàniques, [ho són] també les equacions electrodinàmiques i òptiques, ...”

## Segon postulat

“La llum es propaga en l'espai buit amb velocitat constant  $c$ , independent de l'estat de moviment del cos emissor”

# Sobre l'electrodinàmica dels cossos en moviment

- Amb aquests dos postulats n'hi haurà prou i la introducció d'un èter lumínic serà supèrflua
- Només són en aparença incompatibles.

[▶ Ves a Anisotropia](#)

No estan en conflicte, però sí amb la “llei de suma de velocitats”

# Sobre l'electrodinàmica dels cossos en moviment

- Amb aquests dos postulats n'hi haurà prou i la introducció d'un èter lumínic serà supèrflua
- Només són en aparença incompatibles.

▶ [Ves a Anisotropia](#)

No estan en conflicte, però sí amb la “lleï de suma de velocitats”

## Revisar la cinemàtica

Donar la posició (espai) d'un objecte en funció del temps (a cada instant)

# Sobre l'electrodinàmica dels cossos en moviment

- Amb aquests dos postulats n'hi haurà prou i la introducció d'un èter lumínic serà supèrflua
- Només són en aparença incompatibles.

▶ [Ves a Anisotropia](#)

No estan en conflicte, però sí amb la “lei de suma de velocitats”

## Revisar la cinemàtica

Donar la posició (espai) d'un objecte en funció del temps (a cada instant)

## Espai

Geometria euclidiana i coordenades cartesianes (com sempre fins llavors)

El que canvia és el concepte de *temps*

# El temps (de la física)

“És fàcil definir el temps en el lloc en què es troba el rellotge, però deixa de ser-ho si es tracta de relacionar esdeveniments que es produeixen a llocs diferents . . . [o lluny del rellotge]”

El temps del sistema no pot ser el d'un rellotge a l'origen de coordenades.

# El temps (de la física)

“És fàcil definir el temps en el lloc en què es troba el rellotge, però deixa de ser-ho si es tracta de relacionar esdeveniments que es produeixen a llocs diferents . . . [o lluny del rellotge]”

El temps del sistema no pot ser el d'un rellotge a l'origen de coordenades.

Defineix el sincronisme de rellotges allunyats

[▶ Ves a Sincronisme](#)



# El temps (de la física)

“És fàcil definir el temps en el lloc en què es troba el rellotge, però deixa de ser-ho si es tracta de relacionar esdeveniments que es produeixen a llocs diferents . . . [o lluny del rellotge]”

El temps del sistema no pot ser el d'un rellotge a l'origen de coordenades.

Defineix el sincronisme de rellotges allunyats

▶ Ves a Sincronisme

La simultaneïtat és relativa (depén de l'estat de moviment)

▶ Ves a Simultaneïtat

# El temps (de la física)

“És fàcil definir el temps en el lloc en què es troba el rellotge, però deixa de ser-ho si es tracta de relacionar esdeveniments que es produeixen a llocs diferents ... [o lluny del rellotge]”

El temps del sistema no pot ser el d'un rellotge a l'origen de coordenades.

Defineix el sincronisme de rellotges allunyats

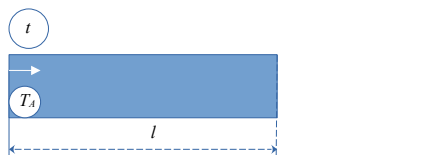
[▶ Ves a Sincronisme](#)

La simultaneïtat és relativa (depèn de l'estat de moviment)

[▶ Ves a Simultaneïtat](#)

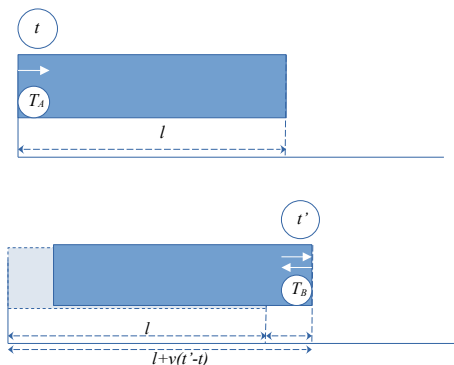
“ ... [hem] definit el temps mitjançant rellotges en repòs en el sistema ... , l'anomenarem *temps del sistema* ... ”

# El temps és relatiu



Suposem que  $T_A = t$

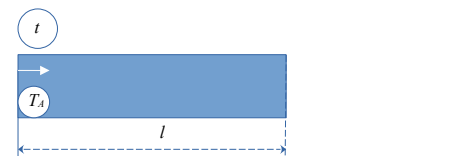
# El temps és relatiu



$$T_A = t$$

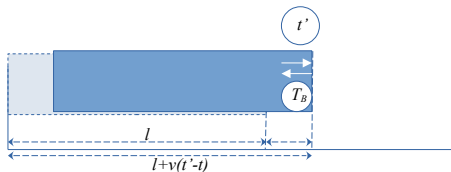
$$l + v(t' - t) = c(t' - t)$$

# El temps és relatiu

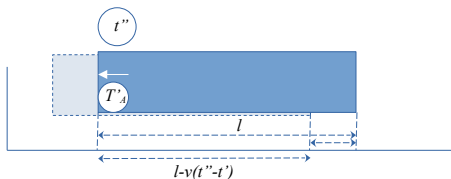


$$T_A = t$$

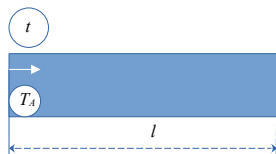
$$l + v(t' - t) = c(t' - t)$$



$$l - v(t'' - t') = c(t'' - t')$$

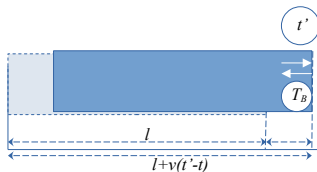


# El temps és relatiu



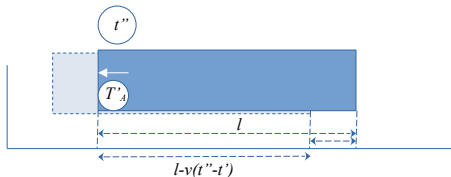
$$T_A = t$$

$$l + v(t' - t) = c(t' - t)$$

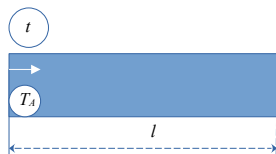


$$l - v(t'' - t') = c(t'' - t')$$

$$t' - t = \frac{l}{c - v} > t'' - t' = \frac{l}{c + v}$$

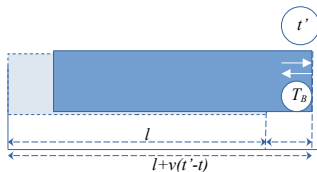


# El temps és relatiu



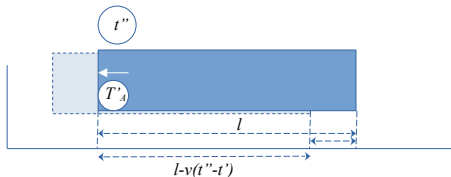
$$T_A = t$$

$$l + v(t' - t) = c(t' - t)$$



$$l - v(t'' - t') = c(t'' - t')$$

$$t' - t = \frac{l}{c - v} > t'' - t' = \frac{l}{c + v}$$



Sincronitzats en el tren

$$T_B - T_A = T'_A - T_B$$

No pot ser  $t' = T_B$  i  $t'' = T'_A$

# La longitud és relativa

## Longitud en repòs

Per mesurar una barra en repòs simplement l'amidem ( $l_0$ )



# La longitud és relativa

## Longitud en repòs

Per mesurar una barra en repòs simplement l'amidem ( $l_0$ )

## Longitud en moviment

Per mesurar una barra en moviment primer trobem en quins llocs del nostre espai de referència es troben els extrems de la barra **en un instant donat** i amidem la distància entre aquests dos punts. ( $l$ )

# La longitud és relativa

## Longitud en repòs

Per mesurar una barra en repòs simplement l'amidem ( $l_0$ )

## Longitud en moviment

Per mesurar una barra en moviment primer trobem en quins llocs del nostre espai de referència es troben els extrems de la barra **en un instant donat** i amidem la distància entre aquests dos punts. ( $l$ )

- Si la barra és paral·lela a la direcció del moviment,  $l = l_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$

# La longitud és relativa

## Longitud en repòs

Per mesurar una barra en repòs simplement l'amidem ( $l_0$ )

## Longitud en moviment

Per mesurar una barra en moviment primer trobem en quins llocs del nostre espai de referència es troben els extrems de la barra **en un instant donat** i amidem la distància entre aquests dos punts. ( $l$ )

- Si la barra és paral·lela a la direcció del moviment,  $l = l_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$
- Si la barra és perpendicular a la direcció del moviment,  $l = l_0$

# La longitud és relativa

## Longitud en repòs

Per mesurar una barra en repòs simplement l'amidem ( $l_0$ )

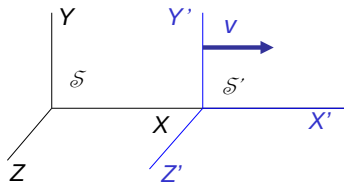
## Longitud en moviment

Per mesurar una barra en moviment primer trobem en quins llocs del nostre espai de referència es troben els extrems de la barra **en un instant donat** i amidem la distància entre aquests dos punts. ( $l$ )

- Si la barra és paral·lela a la direcció del moviment,  $l = l_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$
- Si la barra és perpendicular a la direcció del moviment,  $l = l_0$

No és que la barra s'escurci: fem operacions de mesura diferents i no és estrany que doni diferent.

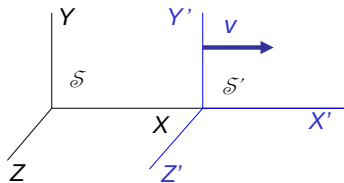
# Transformació de coordenades



$$S' : (x', y', z', t') \leftrightarrow S : (x, y, z, t)$$

coordenades d'un esdeveniment

# Transformació de coordenades



$$S' : (x', y', z', t') \leftrightarrow S : (x, y, z, t)$$

coordenades d'un esdeveniment

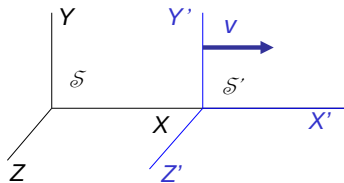
$$x' = \gamma (x - v t)$$

$$y' = y, \quad z' = z$$

$$t' = \gamma \left( t - \frac{v x}{c^2} \right), \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$v < c$$

# Transformació de coordenades



La deducció es basa en:

$$S' : (x', y', z', t') \leftrightarrow S : (x, y, z, t)$$

coordenades d'un esdeveniment

$$x' = \gamma (x - vt)$$

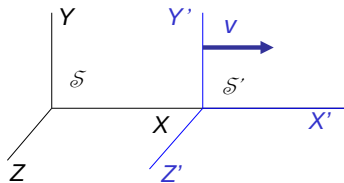
$$y' = y, \quad z' = z$$

$$t' = \gamma \left( t - \frac{vx}{c^2} \right), \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$v < c$$

- Homogeneïtat d'espai i temps  
⇒ Lineals

# Transformació de coordenades



La deducció es basa en:

$$S' : (x', y', z', t') \leftrightarrow S : (x, y, z, t)$$

coordenades d'un esdeveniment

$$x' = \gamma (x - v t)$$

$$y' = y, \quad z' = z$$

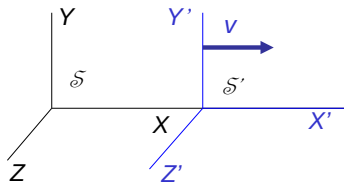
$$t' = \gamma \left( t - \frac{v x}{c^2} \right), \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$v < c$$

- Homogeneïtat d'espai i temps  
⇒ Lineals
- Velocitat relativa  $v$



# Transformació de coordenades



La deducció es basa en:

$$S' : (x', y', z', t') \leftrightarrow S : (x, y, z, t)$$

coordenades d'un esdeveniment

$$x' = \gamma (x - vt)$$

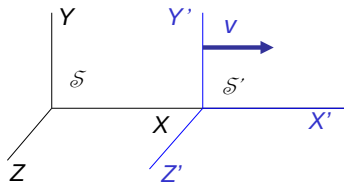
$$y' = y, \quad z' = z$$

$$t' = \gamma \left( t - \frac{vx}{c^2} \right), \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$v < c$$

- Homogeneïtat d'espai i temps  
⇒ Lineals
- Velocitat relativa  $v$
- Condició de sincronització

# Transformació de coordenades



La deducció es basa en:

$$S' : (x', y', z', t') \leftrightarrow S : (x, y, z, t)$$

coordenades d'un esdeveniment

$$x' = \gamma (x - vt)$$

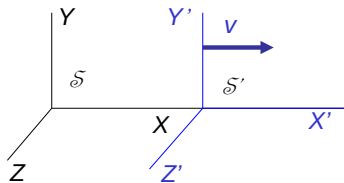
$$y' = y, \quad z' = z$$

$$t' = \gamma \left( t - \frac{vx}{c^2} \right), \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$v < c$$

- Homogeneïtat d'espai i temps  
⇒ Lineals
- Velocitat relativa  $v$
- Condició de sincronització
- Transformació inversa ( $-v$ )

# Transformació de coordenades



La deducció es basa en:

$$S' : (x', y', z', t') \leftrightarrow S : (x, y, z, t)$$

coordenades d'un esdeveniment

$$x' = \gamma (x - vt)$$

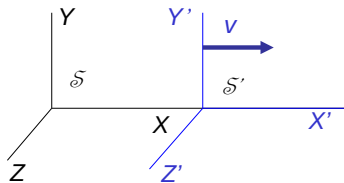
$$y' = y, \quad z' = z$$

$$t' = \gamma \left( t - \frac{vx}{c^2} \right), \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$v < c$$

- Homogeneïtat d'espai i temps  
⇒ Lineals
- Velocitat relativa  $v$
- Condició de sincronització
- Transformació inversa ( $-v$ )
- Longitud d'una barra transversal

# Transformació de coordenades



La deducció es basa en:

$$S' : (x', y', z', t') \leftrightarrow S : (x, y, z, t)$$

coordenades d'un esdeveniment

$$x' = \gamma (x - v t)$$

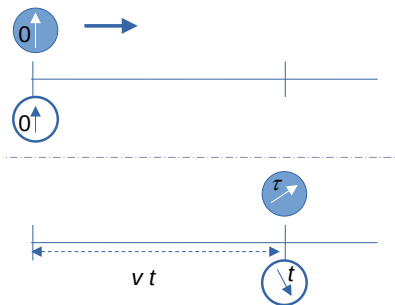
$$y' = y, \quad z' = z$$

$$t' = \gamma \left( t - \frac{v x}{c^2} \right), \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$v < c$$

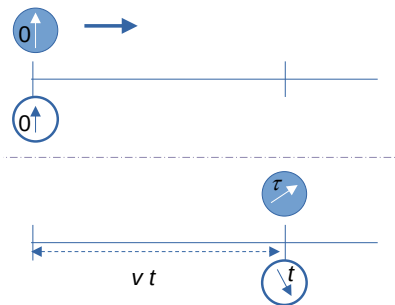
- Homogeneïtat d'espai i temps  
⇒ Lineals
- Velocitat relativa  $v$
- Condició de sincronització
- Transformació inversa ( $-v$ )
- Longitud d'una barra transversal
- Segon postulat

# Dilatació temporal



$$(\tau, 0, 0, 0) \leftrightarrow (t, vt, 0, 0)$$

# Dilatació temporal



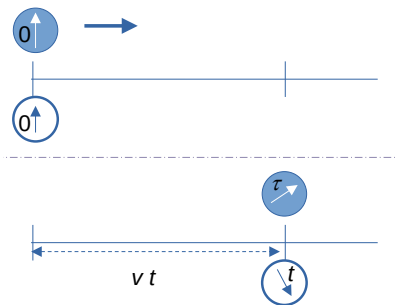
$$(\tau, 0, 0, 0) \leftrightarrow (t, vt, 0, 0)$$

$$\tau = t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{t}{\gamma} < t$$

$$t = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \tau \gamma$$

La duració d'un procés mesurada des del sistema que el veu en repòs és més curta que la que mesura un sistema que vegi el procés en moviment.

# Dilatació temporal



$$(\tau, 0, 0, 0) \leftrightarrow (t, vt, 0, 0)$$

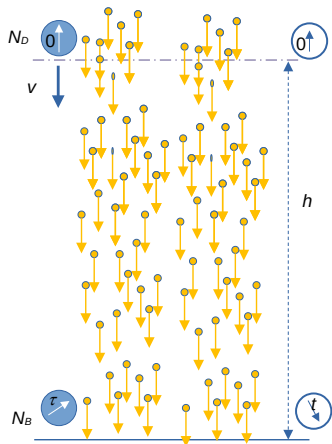
$$\tau = t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{t}{\gamma} < t$$

$$t = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \tau \gamma$$

La duració d'un procés mesurada des del sistema que el veu en repòs és més curta que la que mesura un sistema que vegi el procés en moviment.

Segons qualsevol sistema de referència, els rellotges que estan en moviment **s'endarrereixen**.

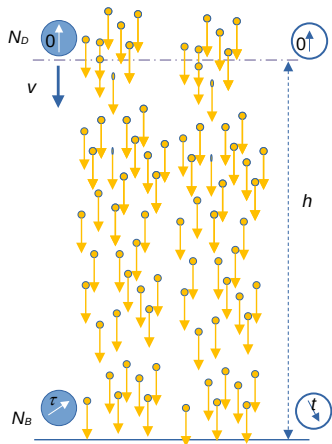
# Dilatació temporal. L'experiment de Frisch i Smith (1963)



Frisch D H and Smith J H, *Am J Phys* **31**  
(1963) 342



# Dilatació temporal. L'experiment de Frisch i Smith (1963)

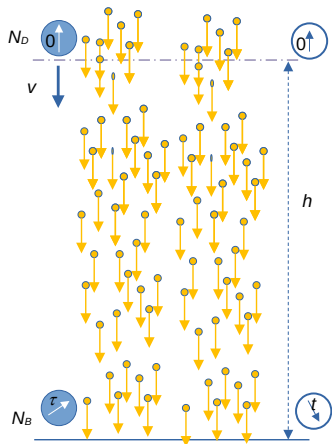


Frisch D H and Smith J H, *Am J Phys* **31** (1963) 342

Capturen muons còsmics en el rang  $0,9950 c < v < 0,9954 c$

(Escintil·lador de plàstic amb un gruix de Fe de 2,5 ft dalt de Mount Washington (1907 m) i de 1,5 ft a nivell de mar.)

# Dilatació temporal. L'experiment de Frisch i Smith (1963)



Frisch D H and Smith J H, *Am J Phys* **31** (1963) 342

Capturen muons còsmics en el rang  $0,9950 c < v < 0,9954 c$

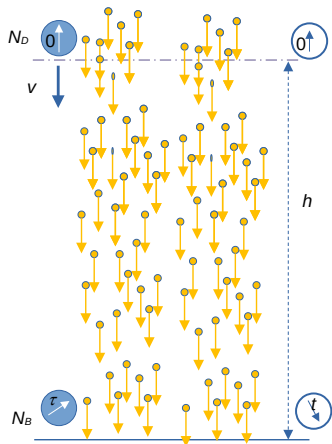
(Escintil·lador de plàstic amb un gruix de Fe de 2,5 ft dalt de Mount Washington (1907 m) i de 1,5 ft a nivell de mar.)

Els compten i en deteminen la vida mitjana

Dalt:  $N_D = 563 \pm 10$       Baix:  $N_B = 408 \pm 9$

Temps de viatge:  $t = 6,4 \mu s$

# Dilatació temporal. L'experiment de Frisch i Smith (1963)



Frisch D H and Smith J H, *Am J Phys* **31** (1963) 342

Capturen muons còsmics en el rang  $0,9950 c < v < 0,9954 c$

(Escintil·lador de plàstic amb un gruix de Fe de 2,5 ft dalt de Mount Washington (1907 m) i de 1,5 ft a nivell de mar.)

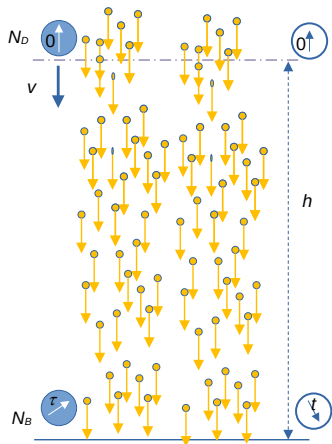
Els compten i en deteminen la vida mitjana

Dalt:  $N_D = 563 \pm 10$       Baix:  $N_B = 408 \pm 9$

Temps de viatge:  $t = 6,4 \mu s$

$$\log \frac{N_D}{N_B} = \frac{t}{t_m} \Rightarrow t_m = 19,9 \mu s$$

# Dilatació temporal. L'experiment de Frisch i Smith (1963)



Frisch D H and Smith J H, *Am J Phys* **31** (1963) 342

Capturen muons còsmics en el rang  $0,9950 c < v < 0,9954 c$

(Escintil·lador de plàstic amb un gruix de Fe de 2,5 ft dalt de Mount Washington (1907 m) i de 1,5 ft a nivell de mar.)

Els compten i en determinen la vida mitjana

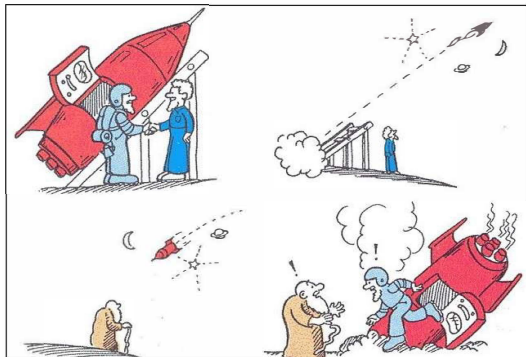
Dalt:  $N_D = 563 \pm 10$       Baix:  $N_B = 408 \pm 9$

Temps de viatge:  $t = 6,4 \mu\text{s}$

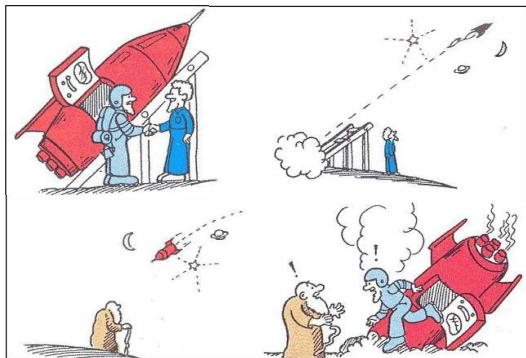
$$\log \frac{N_D}{N_B} = \frac{t}{t_m} \Rightarrow t_m = 19,9 \mu\text{s}$$

$$\tau_m = t_m \gamma^{-1} = 2,4 \pm 0,2 \mu\text{s}$$

# La paradoxa dels bessons: Narcís i Terenci

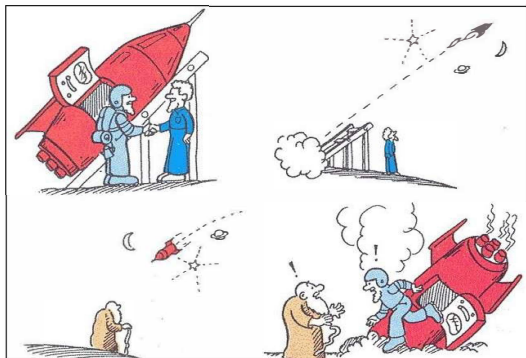


# La paradoxa dels bessons: Narcís i Terenci



En Narcís i en Terenci són bessons i quan fan 25 anys, en Narcís s'embarca en una nau que surt, amb  $v = 0,6c$ , cap a un estel  $E$ , a 6 anys llum. ( $\gamma = 1,25$ )

# La paradoxa dels bessons: Narcís i Terenci



En Narcís i en Terenci són bessons i quan fan 25 anys, en Narcís s'embarca en una nau que surt, amb  $v = 0,6c$ , cap a un estel  $E$ , a 6 anys llum. ( $\gamma = 1,25$ )

# La paradoxa dels bessons: Narcís i Terenci



# La paradoxa dels bessons: Narcís i Terenci

Segons els rellotges estacionaris en el sistema de la Terra: el de  $E$  a l'arribada i el de la Terra en partir, el viatge d'anada dura  $t = 10$  anys

# La paradoxa dels bessons: Narcís i Terenci

Segons els rellotges estacionaris en el sistema de la Terra: el de  $E$  a l'arribada i el de la Terra en partir, el viatge d'anada dura  $t = 10$  anys

Segons en Narcís, que mesura la duració del viatge d'anada amb un únic rellotge, hauran passat

$$\tau = \frac{t}{\gamma} = \frac{10 \text{ anys}}{1,25} = 8 \text{ anys}$$

# La paradoxa dels bessons: Narcís i Terenci

Segons els rellotges estacionaris en el sistema de la Terra: el de  $E$  a l'arribada i el de la Terra en partir, el viatge d'anada dura  $t = 10$  anys

Segons en Narcís, que mesura la duració del viatge d'anada amb un únic rellotge, hauran passat

$$\tau = \frac{t}{\gamma} = \frac{10 \text{ anys}}{1,25} = 8 \text{ anys}$$

Per al viatge de tornada podem aplicar un raonament semblant i, quan es tornen a trobar

en Narcís té  $25 + 2 \times 8 = 41$  anys i en Terenci,  $25 + 2 \times 10 = 45$

# La paradoxa dels bessons: Narcís i Terenci

Segons els rellotges estacionaris en el sistema de la Terra: el de  $E$  a l'arribada i el de la Terra en partir, el viatge d'anada dura  $t = 10$  anys

Segons en Narcís, que mesura la duració del viatge d'anada amb un únic rellotge, hauran passat

$$\tau = \frac{t}{\gamma} = \frac{10 \text{ anys}}{1,25} = 8 \text{ anys}$$

Per al viatge de tornada podem aplicar un raonament semblant i, quan es tornen a trobar

en Narcís té  $25 + 2 \times 8 = 41$  anys i en Terenci,  $25 + 2 \times 10 = 45$

Com que el repòs és relatiu, podríem raonar des del sistema que veu en Narcís en repòs. En Terenci s'en va a  $-0,6c$ , ... i quan es tornen a trobar ...

# La paradoxa dels bessons: Narcís i Terenci

Segons els rellotges estacionaris en el sistema de la Terra: el de  $E$  a l'arribada i el de la Terra en partir, el viatge d'anada dura  $t = 10$  anys

Segons en Narcís, que mesura la duració del viatge d'anada amb un únic rellotge, hauran passat

$$\tau = \frac{t}{\gamma} = \frac{10 \text{ anys}}{1,25} = 8 \text{ anys}$$

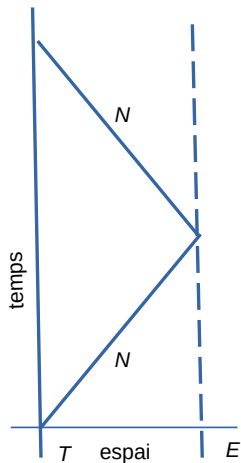
Per al viatge de tornada podem aplicar un raonament semblant i, quan es tornen a trobar

en Narcís té  $25 + 2 \times 8 = 41$  anys i en Terenci,  $25 + 2 \times 10 = 45$

Com que el repòs és relatiu, podríem raonar des del sistema que veu en Narcís en repòs. En Terenci s'en va a  $-0,6c$ , ... i quan es tornen a trobar ...

en Terenci té 41 anys i és més jove que en Narcís, que en té 45

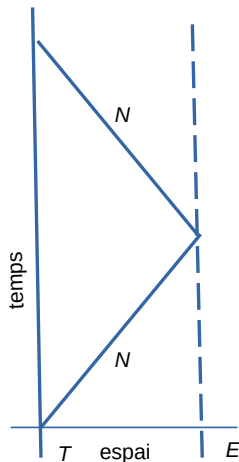
# La paradoxa dels bessons (2)



No hi ha simetria d'intercanvi

Narcís  $\leftrightarrow$  Terenci

## La paradoxa dels bessons (2)

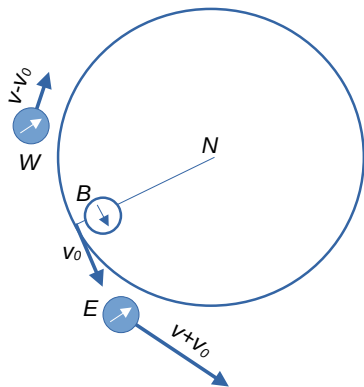


No hi ha simetria d'intercanvi

Narcís  $\leftrightarrow$  Terenci

En Terenci sempre està en un sistema de referència inercial, mentre que en algun moment del viatge en Narcís experimenta una acceleració, primer de frenada i després de tornada.

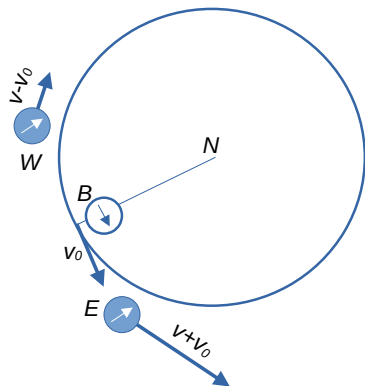
# L'experiment de Hafele-Keating (1972)



$$v_0 \approx 500 \text{ m/s}, \quad v \approx 250 \text{ m/s}$$



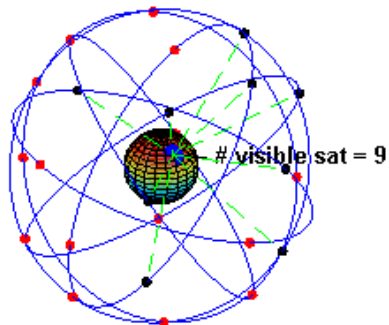
# L'experiment de Hafele-Keating (1972)



$v_0 \approx 500 \text{ m/s}$ ,  $v \approx 250 \text{ m/s}$

retards (ns)		Est	Oest
Teòric	gravit.	144	179
	cinem.	-184	96
Teòric total		-40	275
Observat		-59	273

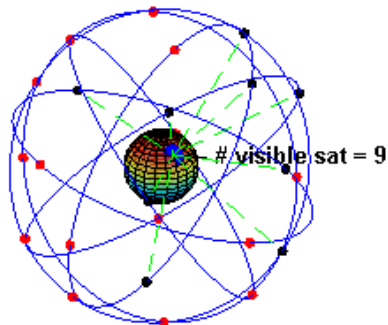
# GPS



24-30 satel·lits (4 sobre l'horitzó)

$T = 12\text{ h}$     $H \approx 20\,000\text{ km}$

$v \approx 3,8\text{ km/s} \approx 1,3 \cdot 10^{-5}c$



24-30 satel·lits (4 sobre l'horitzó)

$T = 12\text{ h}$     $H \approx 20\,000\text{ km}$

$v \approx 3,8\text{ km/s} \approx 1,3 \cdot 10^{-5}c$

$$|\mathbf{r}(t) - \mathbf{r}(t_j)| = c(t - t_j), \quad j = 1 \dots 4$$

$t_j$  temps emissió ( $\neq \tau_j$  que dona el rellotge atòmic)

L'operació  $\tau_j \rightarrow t_j$  ha de tenir en compte els efectes relativistes:

- cinemàtic (retard)
- gravitatori (avançament)

Si no, l'error en el posicionament acumulat en un dia podria ser de 11 km

# Suma de velocitats

Un objecte es mou a  $w$  respecte  $\mathcal{S}$  i a  $w'$  respecte  $\mathcal{S}'$ , que es mou a  $v$  respecte  $\mathcal{S}$

# Suma de velocitats

Un objecte es mou a  $w$  respecte  $\mathcal{S}$  i a  $w'$  respecte  $\mathcal{S}'$ , que es mou a  $v$  respecte  $\mathcal{S}$

Velocitats paral·leles ( $\mathbf{w} \parallel \mathbf{v}$ )

$$w' = \frac{w - v}{1 - \frac{wv}{c^2}}$$

# Suma de velocitats

Un objecte es mou a  $w$  respecte  $\mathcal{S}$  i a  $w'$  respecte  $\mathcal{S}'$ , que es mou a  $v$  respecte  $\mathcal{S}$

Velocitats paral·leles ( $\mathbf{w} \parallel \mathbf{v}$ )

$$w' = \frac{w - v}{1 - \frac{wv}{c^2}}$$

Velocitats perpendiculars ( $\mathbf{w} \perp \mathbf{v}$ )

$$w' = \sqrt{w^2 + v^2 - \frac{v^2 w^2}{c^2}}$$

# Suma de velocitats

Un objecte es mou a  $w$  respecte  $\mathcal{S}$  i a  $w'$  respecte  $\mathcal{S}'$ , que es mou a  $v$  respecte  $\mathcal{S}$

Velocitats paral·leles ( $\mathbf{w} \parallel \mathbf{v}$ )

$$w' = \frac{w - v}{1 - \frac{wv}{c^2}}$$

Velocitats perpendiculars ( $\mathbf{w} \perp \mathbf{v}$ )

$$w' = \sqrt{w^2 + v^2 - \frac{v^2 w^2}{c^2}}$$

## Experiment de Michelson

Si  $w = c$ , en tots dos casos tenim  $w' = c$

# Suma de velocitats

Un objecte es mou a  $w$  respecte  $\mathcal{S}$  i a  $w'$  respecte  $\mathcal{S}'$ , que es mou a  $v$  respecte  $\mathcal{S}$

Velocitats paral·leles ( $\mathbf{w} \parallel \mathbf{v}$ )

$$w' = \frac{w - v}{1 - \frac{wv}{c^2}}$$

Velocitats perpendiculars ( $\mathbf{w} \perp \mathbf{v}$ )

$$w' = \sqrt{w^2 + v^2 - \frac{v^2 w^2}{c^2}}$$

## Experiment de Michelson

Si  $w = c$ , en tots dos casos tenim  $w' = c$

## “Arrossegament parcial d'èter” (Fresnel-Fizeau)

Si  $w = c/n$  (llum en un medi),  $w' \approx \frac{c}{n} - v \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$



# Suma de velocitats

# Suma de velocitats

Velocitats paral·leles de sentit oposat

$$w' = \frac{w + v}{1 + \frac{wv}{c^2}}$$

# Suma de velocitats

Velocitats paral·leles de sentit oposat

$$w' = \frac{w + v}{1 + \frac{wv}{c^2}}$$

Com que la velocitat relativa dels dos sistemes ha de ser  $v < c$ ,

Si  $w < c$ , en tots els sistemes tenim  $w' < c$  i si  $w > c$ , també és així en tots els sistemes de referència

# Suma de velocitats

Velocitats paral·leles de sentit oposat

$$w' = \frac{w + v}{1 + \frac{wv}{c^2}}$$

Com que la velocitat relativa dels dos sistemes ha de ser  $v < c$ ,

Si  $w < c$ , en tots els sistemes tenim  $w' < c$  i si  $w > c$ , també és així en tots els sistemes de referència

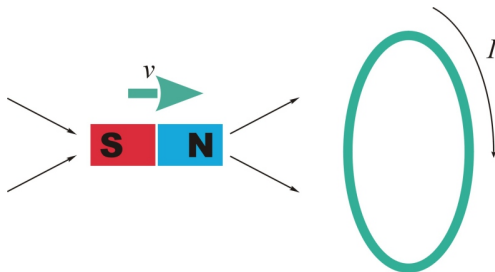
La velocitat màxima que pot assolir un cos material és  $c$

[▶ Ves a Causalitat](#)

Gràcies per la vostra atenció  
i fins demà

# Les assimetries

*Camp  $B$  variable*  $\rightarrow$   
*camp  $E$  rotacional*  $\rightarrow$   
*força electromotriu*

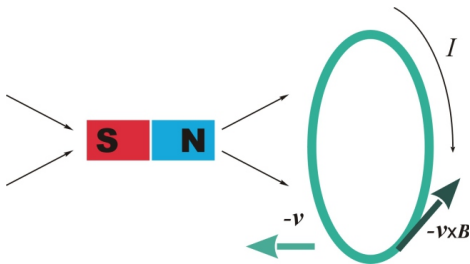


# Les assimetries

*Electrons amb  $-v$  en un camp  $B$  constant.*

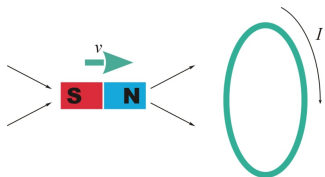
*$F = -e v \times B$  les fa moure*

*→ força electromotriu*



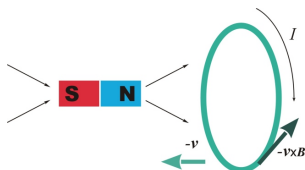
# Les assimetries

**Camp  $B$  variable**  $\rightarrow$   
**camp  $E$  rotacional**  $\rightarrow$   
**força electromotriu**



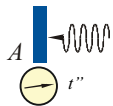
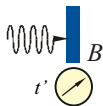
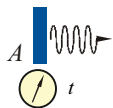
► Torna a **Electrodinàmica**

*Electrons amb  $-v$  en un camp  $B$  constant.*  
 *$F = -e v \times B$  les fa moure*  
 $\rightarrow$  *força electromotriu*

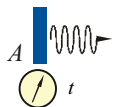




# Sincronisme

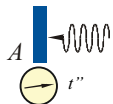
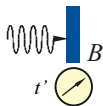


# Sincronisme

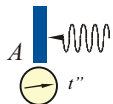
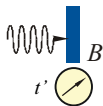
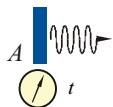


Pel segon postulat, si estan sincronitzats,

$$t' - t = t'' - t'$$



# Sincronisme



Pel segon postulat, si estan sincronitzats,

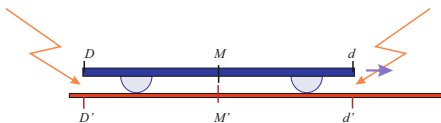
$$t' - t = t'' - t'$$

o

$$t + t'' = 2t'$$

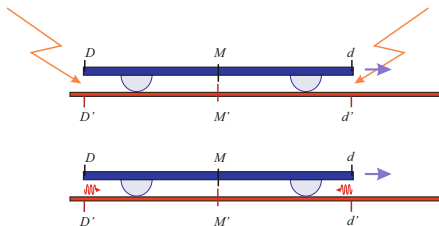
▶ Torna a El temps

# Simultaneïtat

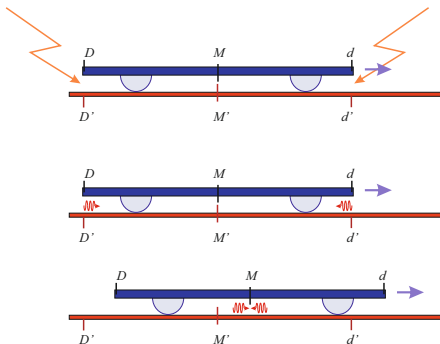


És simultània segons el tren la caiguda dels dos llamps?

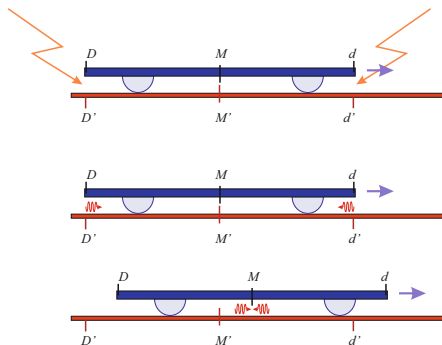
# Simultaneïtat



# Simultaneïtat

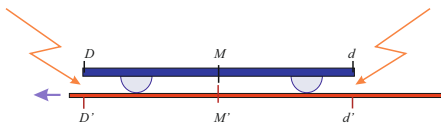


# Simultaneïtat



La caiguda dels dos llamps és simultània segons el tren però no segons la via

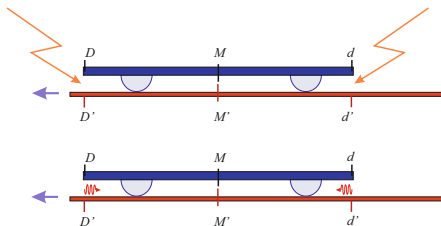
# Simultaneïtat (segons la via)



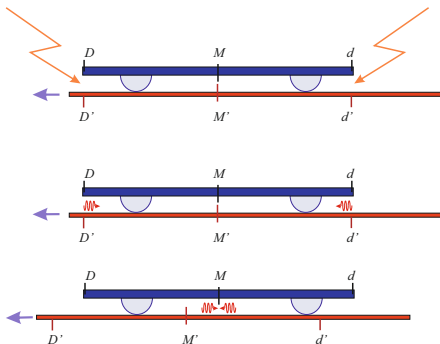
És simultània segons la via la caiguda dels dos llamps?



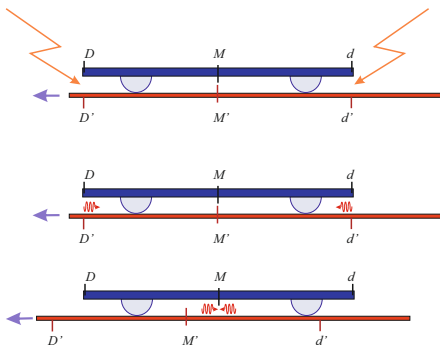
# Simultaneïtat (segons la via)



# Simultaneïtat (segons la via)



# Simultaneïtat (segons la via)



Si dos esdeveniments són simultanis en un sistema de referència  $S$ , per a un altre sistema de referència [en moviment respecte de  $S$ ] l'esdeveniment de davant serà **anterior** al de darrere

[Torna a El temps](#)

# Velocitats supralumíniques i causalitat

$$(1) \quad \begin{cases} (t_1, x_1) \\ t'_1 = \gamma \left( t_1 - \frac{vx_1}{c^2} \right) \end{cases} \quad (2) \quad \begin{cases} (t_2, x_2) \\ t'_2 = \gamma \left( t_2 - \frac{vx_2}{c^2} \right) \end{cases}$$

Si els instants **(1)** i **(2)** de l'existència d'un cos **estan connectats causalment**, aquets fet no pot dependre del sistema de referència

# Velocitats supralumíniques i causalitat

$$(1) \quad \begin{cases} (t_1, x_1) \\ t'_1 = \gamma \left( t_1 - \frac{vx_1}{c^2} \right) \end{cases} \quad (2) \quad \begin{cases} (t_2, x_2) \\ t'_2 = \gamma \left( t_2 - \frac{vx_2}{c^2} \right) \end{cases}$$

Si els instants (1) i (2) de l'existència d'un cos **estan connectats causalment**, aquets fet no pot dependre del sistema de referència

## Causalitat

$$t_2 > t_1 \quad \Rightarrow \quad t'_2 > t'_1, \quad \text{per a qualsevol } v < c$$

# Velocitats supralumíniques i causalitat

$$(1) \quad \begin{cases} (t_1, x_1) \\ t'_1 = \gamma \left( t_1 - \frac{vx_1}{c^2} \right) \end{cases} \quad (2) \quad \begin{cases} (t_2, x_2) \\ t'_2 = \gamma \left( t_2 - \frac{vx_2}{c^2} \right) \end{cases}$$

Si els instants (1) i (2) de l'existència d'un cos **estan connectats causalment**, aquets fet no pot dependre del sistema de referència

## Causalitat

$$t_2 > t_1 \quad \Rightarrow \quad t'_2 > t'_1, \quad \text{per a qualsevol } v < c$$

$$t'_2 > t'_1 = \gamma \left( t_2 - t_1 - \frac{v}{c^2} (x_2 - x_1) \right) > 0 \quad \Rightarrow$$

$$\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} < \frac{c}{v} c \quad \text{per a qualsevol } |v| < c$$

$$\left| \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \right| < c$$

▶ Torna a Suma velocitats